



## *La Visualización como estrategia de aprendizaje en una clase de álgebra bajo pandemia.*

**Mgr. Olga Ester Funes**

Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco

[olga.funes@gmail.com](mailto:olga.funes@gmail.com)

### **Resumen**

Proponer estrategias educativas para abordar concepto abstractos algebraico matemático en contextos de COVID 19 fue desafiante y necesario para que los alumnos próximos a concluir sus carreras no se vean afectados. El objetivo de este artículo es describir como se introdujo el concepto algebraico índice de tipo finito en Teoría de grupos en matemáticas por medio de la visualización como estrategia docente. Las teorías educativas que la sustentan son el constructivismo por considerar que contempla la existencia de distintas etapas en el desarrollo cognoscitivo de los estudiantes y donde el docente reflexiona acerca de sus propias prácticas pedagógicas. También se acuerda con las herramientas teóricas del enfoque ontosemiotica del conocimiento matemático, mientras que los métodos utilizados fueron inductivo-deductivo. Se describieron ventajas/desventajas que por medio de la visualización favoreció entender el concepto algebraico bajo un aprendizaje activo y propicio a la inmersión a futuros concepto y resultados medulares: teoremas de isomorfismos en medio de las limitaciones en tiempos de pandemia. El mismo es un tema planificado dentro de un periodo cuatrimestral en una materia de tercer año. Como resultado se comparten ejemplos de interpretación resultantes del concepto índice caso finito  $n=2$  por medio de la visualización del grupo estudiantil destinatario.

**PALABRAS CLAVES:** estrategias; visualización; índice.

## *Visualization as a learning strategy in an algebra class under pandemic.*



## **ABSTRACT**

Proposing educational strategies to address abstract algebraic concepts in Mathematics in COVID 19 contexts was challenging and necessary so that students close to completing their careers are not affected. The objective of this article was to describe how the finite type of index algebraic concept was introduced in Group theory in mathematics through visualization as a teaching strategy. The educational theories that support it are constructivism because it considers that it contemplates the existence of different stages in the cognitive development of students and where the teacher reflects on his own pedagogical practices, agrees with the theoretical tools of the onto semiotic approach of mathematical knowledge, while the methods used were inductive-deductive. It describes advantages / disadvantages that through visualization favored understanding the algebraic concept under an active learning conducive to immersion in future concepts and core results: theorems of isomorphisms, amid limitations in times of pandemic. It is a topic planned within a four-month period in a third-year subject. As resulting examples of interpretation of the finite case index concept  $n=2$  are shared as through visualization of the target group.

**KEYWORDS:** strategies visualization index

## **INTRODUCCION**

A lo largo del año 2020 y parte del año 2021 la educación se vio afectada por la aparición del Covid-19 que la interrumpieron en múltiples aspectos, desde la presencialidad, la modalidad de aprendizaje, modalidad de enseñanza, evaluación, acreditación hasta el modo de interrelación. Todas las áreas de estudio y diferentes disciplinas se reinventaron para tratar de lograr lo planificado y acordado entre los equipos docentes, instituciones, alumnos y familias bajo orientaciones y directivas proporcionadas desde organismos de jerarquía superior para alcanzar lo pretendido. Las carreras de STEM tuvieron que redoblar esfuerzos con el fin de lograr lo pretendido de acuerdo a los propósitos planteados en cada actividad, asignatura correspondiente a su área, para alcanzar la dinámica pretendida, abstracción correspondiente y creatividad requerida en sus actividades y desarrollos planeados a fin de llegar a sus destinatarios en ese momento tan particular epidemiológico.



Durante el contagio, desde la Secretaria de Políticas Universitarias (SPU) en República Argentina y las universidades nacionales redoblaron sus propósitos y colaboraron sostenidamente con el Estado y organismos de salud para sostener los propósitos de la educación, en particular en este caso, los concernientes a carreras de STEM. Por ejemplo la red **Covid19UNGS** surgió por iniciativa de especialistas en matemática de la Universidad Nacional de General sarmiento (UNGS) con el objetivo de sumar colegas y unificar el trabajo que estaban realizando distintas instituciones <https://www.argentina.gob.ar/noticias/que-aportan-las-matematicas-en-la-lucha-contra-el-covid> Tanto las instituciones, organizaciones y los docentes se abocaron a concretar los propósitos educativos planificados y necesarios para el desarrollo pedagógico inherentes a cada uno en su respectiva modalidad y nivel. Desde hace algunos años se está poniendo en escena diferentes estrategias para favorecer el aprendizaje-enseñanza promoviendo el uso o incorporación de las tecnologías y también de otros recursos pedagógicos. La pandemia vino a exponer que no estábamos preparados para tremenda contingencia y evitar discontinuar la educación en lo posible en todos los niveles, en particular las relativas a las ciencias exactas caracterizadas por su dinámica propia, que requieren de su faceta teórica, practica, de laboratorio, pasantía u otras, imposibilitadas de la presencialidad acarreo diferentes esfuerzos y despertó la promoción de otros enfoques y uso de distintas herramientas.

Últimamente diversos investigadores en esas áreas analizan otros caminos en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas no únicamente analítico y en este sentido Caraballo Carmona, C., Fernández Peña, C. y Nieves Pupo, S. (2019) con respecto al desarrollo del pensamiento lógico-matemático en el área de aritmética alega que “se manifiesta en la visualización estructurada y generalizada de los procedimientos que intervienen en una determinada actividad; en el nivel de abstracción de los estudiantes para la identificación de conceptos subordinados y colaterales, en la capacidad para fundamentar el razonamiento inductivo-hipotético y en la posibilidad de utilizar el método de demostración en diferentes contextos y problemas”.(p.407).



Esta herramienta: la visualización es motivo de investigación de algunos científicos, como por ejemplo Arcavi, Blanco Mantecón y González Sequeiros entre otros. De acuerdo con alguno, de ellos, la visualización puede ofrecer un complemento del accionar docente, “el apoyo e ilustración de resultados esencialmente simbólicos y posiblemente, ofrecer una prueba en su propio derecho y como una forma de ayudarnos implicarnos con la recuperación de los conceptos que pueden ser fácilmente olvidados por soluciones formales”. (Arcavi,2008, p.13).Unos investigadores aventuran que la visualización contribuye a algo más que un simple soporte del razonamiento asociado a una tarea de justificación o demostración analítica sino que asiste a la unificación conceptual de las concepciones involucradas camino a la resolución de una situación problemática.“ La visualización ya no está relacionada con el carácter puramente ilustrativo, pero también está siendo reconocida como un componente clave del razonamiento (contribuye profundamente en la integración conceptual y no simplemente de la percepción) la solución de problemas, e incluso probar.”(Arcavi ,2008,p.25) y desde el punto de referencia de los estudiantes es un soporte que contribuye a entender conceptos esenciales revestidos de abstracción. De acuerdo con los propósitos y características propias de este ámbito de estudio, el proceder y accionar docente necesario a desarrollar en clases del área algebra aconseja Walkowiak, (2014) “las experiencias sistemáticas con patrones pueden construir una comprensión de la idea de función, la experiencia con números y sus propiedades, que representen una base para el trabajo posterior con símbolos y expresiones algebraicas”. (p.57).Afirman algunos científicos que “El componente visual puede jugar un papel clave en la comprensión de la naturaleza de la tarea y en el momento de hacer conjeturas, mientras que el componente analítico cobrará protagonismo en el momento de la generalización y la justificación de las soluciones a través de los argumentos.” (Blanco, T. Diego-Mantecón ,J. y González Sequeiros, M.,2 019,p.71) .

En el ámbito de la geometría y el razonamiento espacial es una herramienta de utilidad y la visualización sigue siendo un tema de interés para futuras investigaciones (Fernández T. (2013).Debido a que la geometría posee una estrecha relación con elementos u objetos



visuales de la vida cotidiana o de nuestro contexto geográfico, por ejemplo la esfera con la percepción de la tierra y el círculo con la rueda y se estudia esta correlación. La distinción entre las imágenes mentales de objetos perceptibles y las entidades geométricas, y el reconocimiento de las relaciones dialécticas entre las mismas es abordada con nitidez por Fischbein (1993) con la noción de concepto figural. “Sin embargo, como los objetos de estudio en geometría están relacionados casi siempre con una entidad física o visual, esta relación entre geometría y visualización es más complicada de lo que a priori, puede parecer” (Berciano, G., Climent, Estepa, N. y Gutiérrez, A.,2013,p.19). En el trabajo de Valenzuela García., J. y Gutiérrez Marfileño, V. (2018) se muestran la eficacia de la estrategia visual para inducir y expresar un patrón de regularidad generales a partir de análisis en tareas de sucesiones aritméticas.

## **LA SITUACION PROBLEMÁTICA**

En el contexto de pandemia de COVID -19 se inició una asignatura en el área álgebra: Estructuras Algebraicas circunscripto en la carrera Licenciatura de Matemática en una Universidad pública estatal (U.N.P.S.J.B).Al no contar con presencialidad tanto de docentes como de los alumnos en contexto edilicio y áulico, fue utilizado como único medio de canal comunicativo los medios tecnológicos disponibles y posibles de acceder tanto desde lo factible, económico, personal y contextual geográfico, en el momento de abordar la disciplina a cargo. La asignatura se encuentra en el ciclo superior, tercer año, de una carrera de 4 años de duración con una población de destinatarios de 5 alumnos. Es una característica de estas carreras y del contexto geográfico la baja población estudiantil dentro de las carreras de ciencias exactas.

De acuerdo con los objetivos planificados previamente en el proyecto de la asignatura antes del nuevo contexto pandémica y su necesaria adaptación, reestructuración y flexibilización con respecto al nuevo escenario de comunicación, feedback, e intercambio académico y



pedagógico, se percibió como diagnóstico al comienzo de la asignatura en los alumnos por medio de los canales comunicativos utilizados:

- Requerimiento de apoyo visual y /o gráfico en el abordaje de conceptos abstractos inherentes de la asignatura.
- Requerimiento de acompañamiento en la manipulación de conocimientos previos para la comprensión de nuevos por medio de recursos no únicamente teóricos y prácticos a fin de lograr los objetivos y resultados esperados desde la cátedra y de los propios estudiantes para alcanzarlos.

## **PROPUESTA DE RESOLUCION**

En el área de álgebra, el desarrollo del pensamiento lógico-matemático y su proceder posee características propias que la distinguen para hacerlas de preferencia en aquellos que la eligen por opción de desempeño laboral, investigación, docencia u otras, y el desarrollo de estas es objeto de interés y de pesquisa en su estilo, “el pensamiento algebraico es visto como una habilidad para transitar del análisis del contexto a la estructura. Destreza que se aprecia cuando el estudiante logra identificar propiedades generales que son instanciadas en situaciones particulares como relaciones entre los elementos”.(Valenzuela García,2018,p.52).A falta de aulas físicas se suplieron por encuentros virtuales y elementos auxiliares tanto desde lo tecnológico como de apoyo para alcanzar los objetivos de aprendizaje planificados.

Tales percepciones en la situación percibida son motivos para buscar soluciones y recursos a fin de lograr los objetivos deseados y propuestos desde la asignatura, acompañando y asistiendo a los procesos de enseñanza-aprendizaje e intereses propios, únicos e individuales de los estudiantes, basándose en la dinámica propia de su lógica-matemática, ingenio, técnicas y procesos inherentes del área de consideración y/o otras estimadas convenientes de apropiación.



La visualización resulta una herramienta que se utilizó a fin de introducir el concepto índice, en particular, el caso finito, relacionado con clases de equivalencia en el camino hacia la incursión, comprensión y aplicación del Primer Teorema de Isomorfismo y los consecutivos en Teoría de Grupos, área de algebra en Matemática, sin perder la rigurosidad indispensable en el área objeto de estudio. A lo largo del desarrollo de la asignatura ha sido la misma un apoyo valioso que se utilizó para adentrarse y avanzar en otros conceptos algebraicos y teoremas fundamentales en Teoría de Grupos, por ejemplo cuerpos finitos.

## **REVISIÓN TEÓRICA**

En el año 2011, una de las recomendaciones del Proyecto Principal de Educación (UNESCO, Séptima Reunión de Comité Intergubernamental, Bolivia (2001) alentaba a que los procesos pedagógicos deben estar centrados en el alumno, utilizando una variedad de situaciones y estrategias para promover que se realicen aprendizajes significativos. Hay diferentes miradas con respecto a lo que se interpreta como aprendizaje y Mayer(1992) ha señalado tres metáforas: el aprendizaje como adquisición de respuestas, el aprendizaje como adquisición de conocimiento y el aprendizaje como construcción de significado que abre camino al enfoque constructivista .

Con respecto al enfoque constructivista (Pimienta,J.2005,p.8) afirma que “las teorías constructivistas se fundan en la investigación de Piaget y Vygotski, los psicólogos de la Gestalt, Bartlett y Bruner, así como en la del filósofo de la educación John Dewey, por mencionar algunas fuentes intelectuales.”

El enfoque constructivista no es del todo nuevo ya que tiene una larga tradición forjado de muchas raíces. La teoría de la Gestalt realzaba los principios de cierre y de organización que revelan que el conocimiento impone una organización sobre el mundo percibido y conocido. Una segunda raíz procede de la primera psicología cognitiva que señalaba que los sujetos recuerdan los conocimientos de acuerdo con sus esquemas y expectativas personales. En tercer lugar, la escuela piagetiana destacó que el desarrollo cognitivo es resultado de las adaptaciones al medio, y la adaptación viene determinada por la elaboración de fórmulas más



sofisticadas de representar y organizar la información. Por último, Vygotsky destacó el papel de la orientación interpersonal y la reconstrucción social en la autorregulación del estudiante, agregándose así a las teorías que acentúan la construcción de la realidad por parte del individuo.

Paris y Byrnes (1989) han señalado 6 principios que describen el legado común del constructivismo:

1. Hay una motivación intrínseca para buscar información.
2. La comprensión va más allá de la información dada.
3. Las representaciones mentales cambian con el desarrollo pero la forma de esta representación cambia con el desarrollo, desde las representaciones senso-motóricas y perceptivas hasta las representaciones basadas en símbolos e imágenes.
4. Hay refinamientos progresivos en los niveles de comprensión. Más bien hay un cierto y constante equilibrio entre el conocimiento previo y el conocimiento nuevo. Algunos de estos refinamientos son estimulados por la reorganización intrínseca o la reflexión, y otros por la experiencia física, la orientación social o los datos nuevos.
5. El aprendizaje está condicionado por el desarrollo. Entra por tanto en juego, la influencia del conocimiento previo y de las experiencias. De hecho, la interacción entre el potencial del individuo y su acción constituyen el corazón mismo del constructivismo. Es la zona de desarrollo próximo según Vygotsky que define la disposición como la diferencia entre lo que el individuo puede hacer independientemente lo que puede hacer con ayuda de otros.
6. La reflexión y la reconstrucción estimulan el aprendizaje. No se niega la importancia de la orientación social y de la instrucción directa, pero se acentúa, sobre todo, la motivación intrínseca para reexaminar la conducta y el conocimiento de uno mismo. (Beltrán, J. 2003, p.24).

Sobre este enfoque Coll, C.(1999) afirma que “su utilidad reside en que permite formular determinadas preguntas nucleares para la educación, contestándolas desde un marco





explicativo, articulado y coherente, y nos ofrece criterios para abundar en las respuestas que requieren informaciones más específicas” (p.34).

Para este paradigma la enseñanza bien organizada “puede conducir a la creación de zona de desarrollo próximo (ZDP), es decir relacionar lo que es capaz hacer ahora el sujeto con lo que es capaz de hacer mañana con el apoyo de otros individuos más capaces. En esta perspectiva, el profesor es un agente cultural, un mediador entre el saber sociocultural y los procesos y mecanismos de apropiación de los estudiantes” (Gutierrez,O.2003,p.30).

Delgado (2020) en su estudio afirma que la enseñanza de las matemáticas requiere de una urgente reestructuración.

## **LA VISUALIZACION**

Presmeg (2006) enuncia 13 cuestiones sobre el papel de la visualización en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de sus investigaciones en las conferencias del Grupo Internacional PME(Conferencia Internacional del Grupo de Psicología de la Educación Matemática) donde en la 10° expresa ¿Cómo se puede aprovechar la visualización para promover la abstracción matemática y la generalización? Buscando respuestas lo presentan (Cajaraville,J. Fernández, T., Godino, J. y Gonzato,M.,2011,p.110) como “un aspecto clave en la elaboración de una teoría de la visualización en educación matemática debe incluir el estudio de las relaciones de esta forma de percepción con otras modalidades de expresión ostensiva (lenguajes analíticos o secuenciales) y sobre todo, con su relación con objetos matemáticos no ostensivos (mentales, formales o ideales) y con dicho fin usaremos el marco teórico integrativo de del enfoque onto semiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS).

Distinguiendo los conceptos visual y visualización “se considera que cuando una persona crea una disposición espacial de objetos físicos(incluyendo las inscripciones matemáticas) hay una imagen visual en la mente de la persona que guía esa creación de modo que la visualización incluye los procesos de construir y transformar tanto la imaginación visual



mental como todas las inscripciones de naturaleza espacial que puedan estar implicadas en la actividad matemática” según Cajaraville, J. et al. (2011, p.111) y además la visualización se puede entender “como un doble proceso que va de lo material a lo inmaterial (mental o ideal) que podemos llamar visualización ascendente y el inverso que va de lo inmaterial a lo material, visualización descendente” (p.111).

Para Arcavi (2003) hay una relación entre la matemática como creación humana y sus representaciones mentales o plasmadas materialmente como una transferencia “es la capacidad, el producto y proceso de la creación, interpretación, uso y reflexión sobre retratos, imágenes, diagramas, en nuestras mentes, en papel o con herramientas tecnológicas con el propósito de representar y comunicar información, pensar y desarrollar ideas previamente desconocidas y comprensiones avanzadas” (p.217).

Duval (2002) diferencia entre la visión y la visualización, entiende a la última como “una representación semiótica de un objeto, una organización bidimensional de relaciones entre algunos tipos de unidades. Mediante la visualización cualquier organización puede ser sinópticamente comprendida como una configuración haciendo visible todo lo que es accesible a la visión y aportando una aprehensión global de cualquier organización de relaciones” (p.15)

Entendiendo la noción de visualización desde el enfoque ontosemiótico del conocimiento matemático (EOS) propuesto por Cajaraville, J. et al. (2011, p.112) y bajo este marco teórico se considera “que el análisis de la actividad matemática de los objetos y análisis que intervienen en la misma centran la atención inicial en prácticas que realizan las personas implicadas en la solución de determinados situaciones-problema matemáticos. La aplicación de este planteamiento a la visualización lleva a distinguir entre prácticas visuales y prácticas no visuales o simbólico/analítico”.

Bajo esta perspectiva se centra la atención en dos tipos de lenguaje: secuenciales (por ejemplo, lógicas simbólicas, lenguajes naturales) que usa la concatenación para simbolizar relaciones entre objetos) y lenguajes sentenciales (por ejemplo señales acústicas) basados en señales acústicas secuenciales por naturaleza y “los diagramas siendo bidimensionales, son



capaces de mostrar algunas relaciones sin la intervención de una sintaxis compleja.”(Shin,S-J. y Lemon,O.,2008,p.10).

Se considera en este marco que la visualización distingue tres tipos de signos: icono, índice y Símbolos .Con respecto al primero, “Icono: Tiene una relación de semejanza, en tanto se parecen al objeto que representan .La relación con la que se refiere es directa por ejemplo: retrato, pinturas, dibujos, mapas. La representación muestra la estructura u organización del objeto” . Cajaraville,J. et al..(2011,p.112).

En el caso de esquemas y diagramas, en esta perspectiva la “visualización resalta las partes constituyentes del sistema de objetos representados y las nuevas entidades que se constituyen: las configuraciones cognitivas y epistémicas de objetos y procesos”. Según Cajaraville,J. et al..(2011,p.116).

Hay investigadores que perciben algunos inconvenientes en el uso de estas estrategias Eisenberg y Dreyfus (1991) citado en Arcavi (2008) ‘‘propongo clasificar a las dificultades en torno a la visualización en tres categorías principales: culturales, cognitivas y sociológicas.’’(p.27).Con respecto a una de las dificultades consideradas sociológicas (Arcavi,2008,p.27) ‘‘Algunos estudiantes pueden provenir de culturas ricas visualmente, y por lo tanto, para ellos la visualización debe contrarrestar un posible déficit. En contraste, los visualizadores pueden ser insuficientemente representados entre los matemáticos de alto rendimiento).’’

## **METODOLOGIA**

La experiencia educativa compartida no se enmarca en un proyecto de investigación sino que contempla una experiencia educativa que acuerda con la investigación cualitativa que se “fundamenta más en un proceso inductivo ( explorar y describir) yendo de lo particular a lo general”(Baptista, P., Fernández Collado, C. y Hernández-Sampieri, P. , 2014,p.8).

En una primer etapa, recuperando la definición de clases de equivalencia proporcionada por el área de aritmética en los primeros años de la carrera se propuso ¿cómo se visualizaría la congruencia módulo 2 en los números naturales?, a posteriori descubrir como seria en



congruencia módulo 3 y en general congruencia modulo  $n$ , para un  $n \in \mathbb{N}$ .

En una segunda etapa, se trabajó con una jerarquía mayor de abstracción donde ya no se propone como conjunto de referencia, números naturales o enteros, sino cualquier conjunto  $H$  de estructura de grupo incorporando las definiciones propuestas por (Hungerford, 1974, p.37) sobre el concepto de congruencia módulo  $H$  con  $n$  en  $\mathbb{Z}$  que lo define como: "Sea  $H$  un subgrupo de un grupo  $G$ , con  $a, b \in G$ . Se dice que  $a$  es congruente a derecha con  $b$  módulo  $H$  denotado  $a \equiv b_H \pmod{H}$  si  $a \cdot b^{-1} \in H$ ". Análogamente congruencia a izquierda módulo  $H$ .

A posteriori se hace observaciones de las interpretaciones logradas, interpretación de los datos, resultados obtenidos por medio de la discusión del grupo estudiantil y representación de resultados a través de anotaciones y esquemas.

En una tercera etapa se recoge la información de los objetos estudiados describiendo las características, propiedades o conceptos involucrados. " Los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades procesos, objetos o cualquier fenómeno que se someta a análisis según Baptista, P. et al. (2014, p.102) y además "busca especificar propiedades, características y rasgos importantes de cualquier fenómeno que se analiza" según Baptista, P. et al (2014, p.103).

Con respecto a la intención de la generalización en el ejido escolar algebraico lo describe claramente Rivera, F.& Becker, J. (2007) citado en Valenzuela García y Gutiérrez Marfileño (2018) el cual lo plantean como una destreza "es desarrollar la habilidad de expresar lo generalizable a partir del estudio analítico de casos particulares, de una forma significativa para el estudiante, como válida desde el punto de vista de la práctica institucional." (p.53).

En una cuarta etapa, se comparten resultados de gráficos de interpretaciones de índice de tipo finito provenientes dentro del grupo de estudiantes involucrados en el transcurso de la asignatura por medio de la fotografía. El soporte a través de esquemas o dibujos fue muy



útil para acercarse lo más fiel posible al concepto teórico algebraico anhelado, Arcavi (2008) afirma que “los gráficos pueden tener diversos fines, tales como: (i) Dejarnos percibir y apreciar algunas características de los datos, (ii) Que echemos un vistazo detrás de las grandes características y ver lo que hay ahí.”(p.6).

## RESULTADOS

Logrando comprender el concepto índice, por medio de la visualización sirvió para avanzar en teoremas que incorporan este concepto y progresan hacia otros de índole medulares en teoría de grupos, con su complejidad de abstracción viéndose reflejadas en las instancias de evaluación, exposición individual, intercambio de ideas e interpretaciones del concepto clases de equivalencia, caso finito, el caso finito  $n=2$  y su relación con la clasificación de los grupos normales camino a los teoremas de isomorfismo. Con la ventaja de ser pocos alumnos en el ciclo superior, la visualización como herramienta de apoyo en la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), Vygotsky (1978) de cada estudiante, posibilitó:

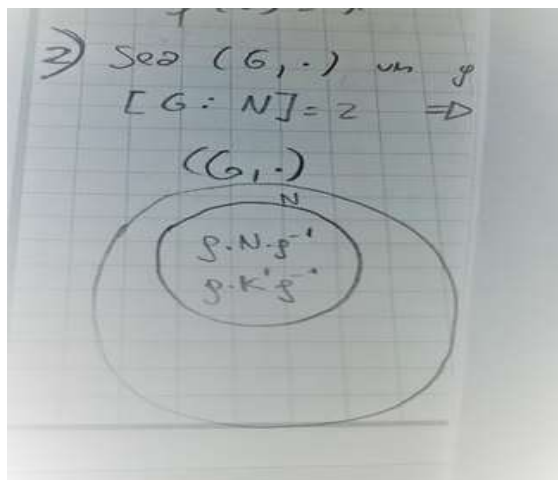
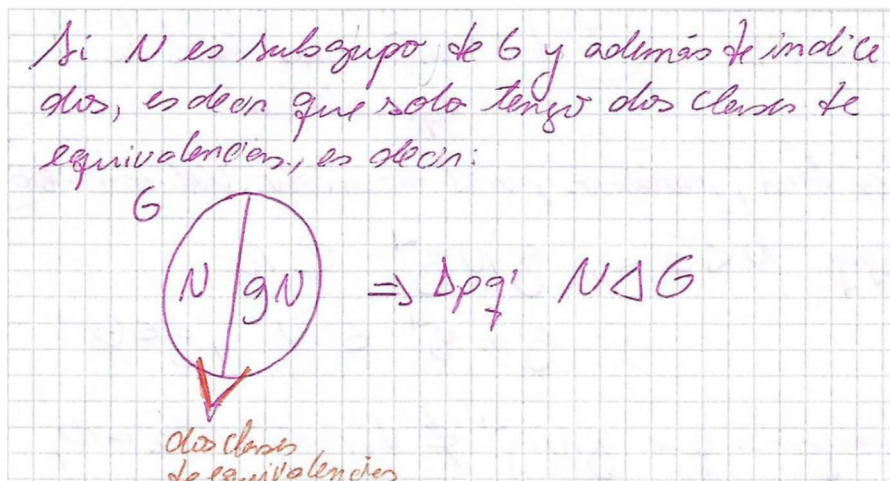
-Incorporar las nociones objeto de estudio y los objetivos de aprendizaje planeados desde las posibilidades, condiciones y contexto de cada uno dentro de una realidad que no permitía la presencialidad, con el compromiso de alcanzar los propósitos de índole disciplinar planificados contemplando lo que cada estudiante logra desarrollar en las trayectorias propuestas bajo la guía docente, y que se enriquecen desde el punto de vista de cada estudiante en el camino a la comprensión los conceptos anhelados.

-Por medio de ésta herramienta ayuda a comprender índice finito abriendo camino a la generalización. (Se comparte el caso de  $n=2$  plasmado en diagramas)

- Por medio de la fotografía como herramienta para plasmar la comprensión y visualización de conceptos fue de beneficio en paralelo con las tecnologías disponibles. La zona de desarrollo próximo (ZDP) Chica Cañas (2016) “contribuye a formar un pensamiento abstracto cuando los participantes utilizan el lenguaje como un medio para problematizar el



conocimiento porque implica el conocimiento intersubjetivo como un gran laboratorio para pensar por sí mismos el mundo externo con un lenguaje interno reflexivo'' (p.47).



## CONSIDERACIONES FINALES

Ha sido de agrado y de beneficioso esta herramienta como soporte para acceder a lo planificado'' la visualización por medio de gráficos, esquemas y modelos es un tema central que desarrolla y estabiliza en interacción entre personas y cosa. Maneras de ver surgir en una práctica social a medida que evoluciona.'' (Arcavi,2008, p.29) y el considerar esta estrategia



de la visualización para otros temas o conceptos que se consideren oportunos en el área de algebra por ejemplo grupos finitos o su proyección a otras estructuras finitas: cuerpos finitos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Arcavi, A. (2008). **El Papel de las Representaciones Visuales en el Aprendizaje de las Matemáticas**, Universidad de Sonora. Estados Unidos.

Barwise, J. and Etchemendy, J. (1991). *Visual information and valid reasoning's*, in Zimmermann, W. and Cunningham, S. (Eds.), **Visualization in teaching and learning mathematics**, Washington, Estados Unidos: Mathematical Association of America.

Berciano, G., Climent, N., Estepa, A. y Gutiérrez, A., 2013, (Eds.), La investigación en visualización y razonamiento espacial. Pasado, presente y futuro. **Investigación en Educación Matemática XVII** (pp. 19-42). Bilbao: SEIEM

Beltrán, J. (2003) **Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje**, Madrid: Ed. Síntesis

Blanco, T., Diego-Mantecón, J. y González Sequeiros M., (2019). *Procesos de Visualización en una Tarea de Generación y Representación de Cuerpos de Revolución*. **Redalyc**. Vol.33, (pp.768-789). Bolena: UNESP.

Carballo Carmona, C., Fernández Peña, C. y Nieves Pupo, S. (2019). *Metodología para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático desde la demostración por inducción completa*. **Mendive. Revista de Educación**, 17(3), 393-408. Pinar del Rio, Cuba: **MENDIVE** Disponible en <http://mendive.upr.edu.cu/index.php/MendiveUPR/article/view/1681>

Cajaraville, J., Godino, J., Gonzato, M., y Fernández, T. (2012). Una Aproximación ontosemiotica a la visualización en educación matemática. **Revista de investigación y experiencias didácticas**. Núm. 302, pp.109-130



Chica Cañas, F.A. (2016). **Análisis sobre la incidencia del aprendizaje autónomo en el desarrollo de las actividades en ambientes convencionales y virtuales en estudiantes universitarios de las universidades Santo Tomas y Ean.** Tesis Doctoral. Universidad de Granada. Colombia.

Coll, C (1999) Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento. Editorial Paidós Ibérica. España.

Diego, J.M. (2019). *Adaptación y Validación del MRBQ (Mathematics-Related Beliefs Questionnaire) al contexto colombiano con estudiantes de secundaria.* **Educación Matemática**,31(1).Recuperadode:<http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol31>.

Duval, R. (2002) Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. En F. Hitt, (ed.), Representations and Mathematics Visualization, (pp. 311-335). North American Chapter of PME: Cinvestav-IPN.

Eisenberg, T. and Dreyfus T. (1991.) *On the reluctance to visualize in mathematics* in Zimmermann,W. and Cunningham S. (eds.), **Visualization in Teaching and Learning Mathematics, Mathematical Association of America**, Washington DC, Estados Unidos.

Fernández, T (2013) **Research on visualization and spatial reasoning. Past, present and future.** Blanco Universidad de Santiago de Compostela

Fischbein, E. (1993). **The theory of figural concepts.** Educational Studies in Mathematics (24) pp.139- 142





Gutiérrez, O. (2003) Enfoques y modelos educativos centrados en el aprendizaje. Documento 1. **Estado de arte y propuestas para su operativización en las instituciones de educación superior nacionales.**

Herlina, E. (2015). *Advanced Mathematical Thinking and the Way to Enhance IT*, **Journal of Education and Practice**, Vol6, 5, (Paper) ISSN 2222-288X (Online)

Hungerford, T. (1974). **Algebra**, Cleveland, USA: Springer Verlag.

Lins, R. (1992). **Framework for Understanding what Algebraic Thinking is**, Tesis doctoral, University of Nottingham, Reino Unido.

Mason, J., Stephens, M. & Watson, A. (2009). *Appreciating Mathematical Structure for All*. **Mathematics Education Research Journal**. 21(2), (pp.10-32). Reino Unido.

Parada, S. (2014). *Reflexiones de Profesores de Matemática sobre aspectos relacionados sobre su pensamiento didáctico*. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, Vol.17(1) (pp.83-113). recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33530083005>

Paris, S. G., y Byrnes, J. P. (1989). *The constructivist approach to self-regulation and learning in the classroom*. En B. J. Zimmerman y D. H. Schunk (Eds.), **Selfregulated learning and academic achievement: Theory, research, and practice** (pp. 169-200). New York: Springer- Verlag.

Petrovski, A. (1985). **Psicología General**. La Habana, Cuba: Editorial Progreso.

Pimienta, J (2005) “Metodología Constructivista. “Guía para la planeación docente”. Editorial Pearson Educación, México.



Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp.210-213). UK: Sense Publishers

Radford, L. (2006). *Algebraic thinking and the Generalization of Patterns: A Semiotic Perspective*. En S. Alatorre et al.(eds.), **Proceedings of the 28th anual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, North América Chapter, Vol.1, (pp.2-21), Mérida: Universidad Pedagógica Nacional.

Rivera, F. & Becker, J. (2007). *Abduction-Induction (Generalization) Processes of Elementary Majors on Figural Patterns in Algebra*. **The Journal of Mathematical Behavior**, 26(2), (pp.140-155). Recuperado de <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.05.001>.

Shin, S-J. y Lemon, O. (2008). Diagrams. Stanford Encyclopedia of Philosophy

Stevens, R. and Hall, R. (1998). *Disciplined perception: Learning to see in techno- science's*, in Lampert, M. and Blunk, M.L. (eds.), **Talking Mathematics in School. Studies of Teaching and Learning**, University Press, Cambridge, England, (pp. 107-148).

Valenzuela García, J. y Gutiérrez Marfileño, V. (2018). *Desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de bachillerato a través de la generación visual de sucesiones de figuras*. **Revista: Educación Matemática** Vol.30 (2). Extraído de: <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas7vol30>.

Vigotsky, L. (1978). **El desarrollo de los procesos psicológicos superiores**. Editorial Crítica - Grupo editorial Grijalbo. Barcelona.

**Revista REDIUNP**

Revista Electrónica de Divulgación de Metodologías  
Emergentes en el Desarrollo de las STEM

RCDFI-419-2018

ISSN: ISSN 2683-8648

Vol. 4 N° 2 (2022)



Walkowiak, T. (2014). *Elementary and Middle School Students' Analyses of Pictorial Growth Patterns*. **The Journal of Mathematical, Behavior**, (33) (pp. 56-71). Recuperado de <https://doi.org/101016/j.jmathb2013.09.0004>.